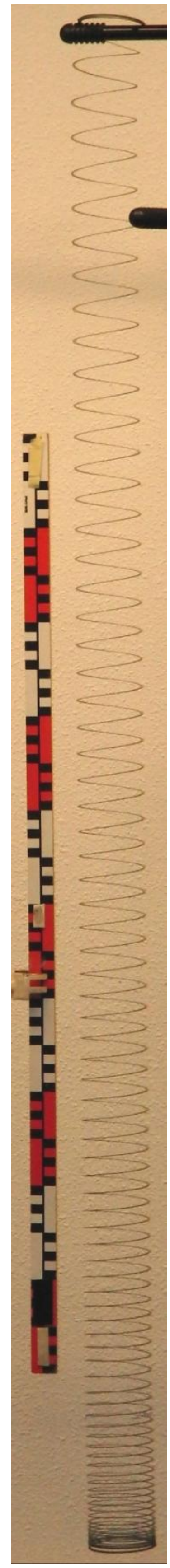
# Slinky

## I. De stilhangende slinky.



Uitgangspunt: elke winding heeft een massa $m$ en een veerconstante $k$.
Bij $N$ windingen bepaalt men de waarde van $m$ door $m = \frac{M}{N}$ en de massa per lengte-eenheid $\mu$ met $\mu = \frac{M}{L_0}$, waarbij $L_0$ de lengte van de veer is in horizontale, niet-uitgerekte toestand.

We laten nu de slinky aan de bovenste winding hangen, waarbij de onderste winding vrij van de grond is, zie figuur.
Als de windingen van onderaf genummerd worden met $1,2,\cdots N,$ neemt de afstand tussen twee opeenvolgende windingen van onder naar boven toe omdat de zwaartekracht van steeds meer windingen gecompenseerd moet worden.
Gebruiken we de afstand tussen winding 1 en 2 als eenheid $u$, dan geldt:

$$mg = ku \to u = \frac{mg}{k}.$$

Omdat winding 3 twee windingen moet dragen, is de afstand tussen winding 2 en 3 gelijk aan $\Delta L = 2u$ en ontstaat er een *rekenkundige reeks*.
Voor de afstand tussen twee windingen geldt dus

$$\Delta L = (N-1)u = \frac{mg}{k}\left(N-1\right)$$

zodat:

$$L = u + 2u + 3u + \cdots + (N-1)u = \tfrac{1}{2}u \cdot N(N-1) = \frac{mg}{2k}N(N-1).$$

Dus is de afstand tussen twee windingen recht evenredig en de totale lengte van de slinky kwadratisch evenredig met het aantal windingen.
Er geldt voor elke waarde $i$: $\ell_i = \tfrac{1}{2} i \cdot \Delta\ell_i$

## II. Het zwaartepunt.

Voor het zwaartepunt van een massaverdeling geldt:

$$\vec{r} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i}.$$

Leggen we nu de oorsprong in de onderste winding, dan geldt:

$$\vec{r} = \frac{m\sum_i \vec{r}_i}{N \cdot m} = \frac{\sum_i \ell_i}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \tfrac{1}{2} i(i-1)u}{N} = \frac{\frac{mg}{2k}\sum_{i=1}^{N} i(i-1)}{N}$$

$$= \frac{mg}{2k}\frac{\tfrac{1}{6}N(N+1)(2N+1) - \tfrac{1}{2}N(N+1)}{N} = \frac{mg}{6k}\left(N^2-1\right) = \tfrac{1}{6}u\left(N^2-1\right) = \left(\frac{N+1}{3N}\right)L.$$

Voor grotere aantallen windingen ligt het zwaartepunt dus op een derde van de lengte, gerekend vanaf de onderste winding.